http://www.seejournal.cn

E-mail: htqhjgc@126.com

Tel: (010)68116407, 68116408, 68116544

## 直角坐标系中雷达测量方差的两种计算方法

高 效<sup>1</sup>, 董光波<sup>1</sup>, 张向荣<sup>2</sup>

(1. 中国人民解放军 93209 部队,北京 100085; 2. 西北核技术研究所,西安 710024)

**摘要**: 文章提出了依据雷达极坐标测量标准差和采用雷达极坐标测量数据估计直角坐标系中雷达测 量方差以及目标位置误差的2种计算方法,分别为依据目标在统一直角坐标系中各坐标分量上的标准差 得到目标位置间接测量偏差的标准差法和基于直线航迹线参数估计的统计学方法。结合相关滤波方法进 行试验验证表明,这2种方法应用于多雷达加权航迹融合模型中的雷达测量权值动态分配过程中,均取 得良好效果,对于卡尔曼滤波器等传统滤波器和多雷达航迹关联算法也具有较高的推广和应用价值。

关键词: 极坐标; 直角坐标; 雷达; 测量方差; 目标位置误差; 误差传递; 数据加权融合 中图分类号: TN953 文献标志码: A 文章编号: 1673-1379(2020)02-0179-05 DOI: 10.12126/see.2020.02.013

# Two methods for calculating the variance of radar measurements in the Cartesian coordinate

GAO Xiao<sup>1</sup>, DONG Guangbo<sup>1</sup>, ZHANG Xiangrong<sup>2</sup>

(1. Unit 93209 of PLA, Beijing 100085, China; 2. Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, China)

Abstract: This paper presents two methods for calculating the variance of the radar measurements and the target position error in the Cartesian coordinate, based on the standard deviation of the measurement data in the radar polar coordinates. They are referred to as the standard deviation method of transferring the standard deviation of each coordinate component of the target in the uniform rectangular coordinate system to the indirect measurement deviation of the target position, and the statistical method based on the estimation of the straight track line parameters, respectively. The experimental verification combined with some correlation filtering approach shows that the two methods can be successfully applied to obtain the dynamic weight distributions for radar measurement in the multi-radar weighted track fusion model with desirable results, and also have a high engineering value for improving the traditional filters such as the Kalman filter and the multi-radar track correlation algorithm.

**Keywords:** polar coordinates; Cartesian coordinate; radars; measurement variance; target position error; error transfer; weighted data fusion

收稿日期: 2019-07-11; 修回日期: 2020-03-28

引用格式:高效,董光波,张向荣. 直角坐标系中雷达测量方差的两种计算方法[J]. 航天器环境工程, 2020, 37(2): 179-183 GAO X, DONG G B, ZHANG X R. Two methods for calculating the variance of radar measurements in the Cartesian coordinate[J]. Spacecraft Environment Engineering, 2020, 37(2): 179-183

## 0 引言

在分布式雷达情报组网系统中,存在2种应用 较多的坐标系:以雷达为原点的极坐标系和以指挥 处理中心为原点的直角坐标系。一般认为,极坐标 在近区容易产生较大的伪加速度,而直角坐标系下 能得到更高的估计精度<sup>[1]</sup>,故多雷达数据融合与目 标状态估计方法主要在直角坐标系下进行研究。测 量方差是指单雷达极坐标系中距离、方位和仰角上 的测量标准差。它是卡尔曼滤波等诸多目标跟踪算 法的重要输入参数,对它的准确描述是各类滤波算 法实现准确估值与稳定跟踪的前提条件。在多雷达 数据融合算法中,数据融合的实际物理意义即合理 地分配传感器的权重系数,而精确描述系统中的测 量噪声是获得良好状态估值的一个必要条件<sup>[2-3]</sup>,因 此,测量方差是确定多雷达数据融合权值的重要依 据。另外,测量方差在解决测量精度不同、点迹数 不同的航迹间的关联问题时同样具有至关重要的 作用<sup>[4]</sup>。

测量方差一般是根据所采用传感器的精度预 先设定<sup>[2]</sup>,通常以雷达出厂或校飞后确定的距离、方 位和仰角测量方差作为固定参数参与航迹滤波、关 联或融合计算。但须注意的是,在雷达方位测量误 差相同时,目标在直角坐标系中的位置测量误差与 极坐标系中的测量距离成正比。例如,警戒雷达探 测到 50 km 远的目标,则方位偏差 1°将产生 873 m 的误差,探测到 500 km 远的目标,就将产生 8730 m 的误差<sup>[5]</sup>。这意味着对于两部具有相同的方位测量 方差的雷达,距目标较近的雷达测得的目标位置数 据比距目标较远的雷达的测量值可信度要高,因 此,以定值表示的极坐标测量方差确定雷达测量权 重的方法存在不合理性。将雷达在极坐标系下的测 量转换到直角坐标系下,是诸多航迹滤波、关联和 融合算法的前提,同样,将雷达在极坐标系下的测 量方差转换成直角坐标系下的目标位置误差,是保 证各类航迹滤波和加权融合算法稳定有效的重要 措施之一。然而,目前多数情况下仍将雷达极坐标 测量方差作为多雷达测量加权的主要依据,对直角 坐标系中目标位置测量误差的分析和研究还相对 较少;诸多文献对测量方差的使用较多,但是对极 坐标系到直角坐标系的转换计算方法鲜有涉及。

针对以上情况,我们提出了依据雷达极坐标测 量标准差和采用雷达极坐标测量数据估计直角坐 标系中目标位置误差的2种转换计算方法,并结合 相关滤波方法进行试验验证。这2种方法分别称为 误差传递法和基于直线航迹线参数估计的统计学 方法(下简称"统计学方法")。

### 1 误差传递法

雷达出厂或校飞后通常会给出其距离、方位和 仰角上的测量标准差,我们采用误差传递定律一般 式,可以计算得到每个测量点在统一直角坐标系中 的*x、y、z*方向上的标准偏差,进而得到目标位置间 接测量标准差,此法我们称之为误差传递法,具体 描述如下。

雷达 R 对目标的 1 个位置观测点(距离、方位、 仰角)用极坐标 ( $\rho$ , $\theta$ , $\alpha$ ) 表示,距离 $\rho$ 、方位 $\theta$ 和仰角  $\alpha$ 的测量标准差分别为 $\sigma_{\rho}$ 、 $\sigma_{\theta}$ 和 $\sigma_{\alpha}$ 。在忽略地图投 影转换误差影响的情况下,统一直角坐标系中的目 标位置坐标的间接测量可表示为

$$\begin{cases} x = \rho \cos \alpha \sin \theta + X_{\rm R} \\ y = \rho \cos \alpha \cos \theta + Y_{\rm R} \\ z = \rho \sin \alpha + Z_{\rm R} \end{cases},$$
(1)

其中(*X*<sub>R</sub>, *Y*<sub>R</sub>, *Z*<sub>R</sub>)为雷达 R 在统一直角坐标系中的位 置坐标,在选定雷达阵地、固定地图投影模型的情 况下可以看做常量。则目标在统一直角坐标系中各 坐标分量上的标准差σ<sub>x</sub>、σ<sub>y</sub>和σ<sub>z</sub>按照误差传递定律 一般式<sup>[6]</sup> 可表示为:

$$\sigma_{x} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \rho}\right)^{2}} \sigma_{\rho}^{2} + \left(\frac{\partial x}{\partial \theta}\right)^{2} \sigma_{\theta}^{2} + \left(\frac{\partial x}{\partial \alpha}\right)^{2} \sigma_{\alpha}^{2}} = \pm \sqrt{(\cos\alpha\sin\theta)^{2}} \sigma_{\rho}^{2} + (\rho\cos\alpha\cos\theta)^{2} \sigma_{\theta}^{2} + (\rho\sin\alpha\sin\theta)^{2} \sigma_{\alpha}^{2}};$$
  

$$\sigma_{y} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial \rho}\right)^{2}} \sigma_{\rho}^{2} + \left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right)^{2} \sigma_{\theta}^{2} + \left(\frac{\partial y}{\partial \alpha}\right)^{2} \sigma_{\alpha}^{2}} = \pm \sqrt{(\cos\alpha\cos\theta)^{2}} \sigma_{\rho}^{2} + (\rho\cos\alpha\sin\theta)^{2} \sigma_{\theta}^{2} + (\rho\sin\alpha\cos\theta)^{2} \sigma_{\alpha}^{2};$$
  

$$\sigma_{z} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial \rho}\right)^{2}} \sigma_{\rho}^{2} + \left(\frac{\partial z}{\partial \theta}\right)^{2} \sigma_{\theta}^{2} + \left(\frac{\partial z}{\partial \alpha}\right)^{2} \sigma_{\alpha}^{2}} = \pm \sqrt{(\sin\alpha)^{2}} \sigma_{\rho}^{2} + (\rho\cos\alpha)^{2} \sigma_{\alpha}^{2}.$$

将各坐标分量上的间接测量看做等精度测量,则目标在三维统一直角坐标系中的位置误差均方 根可采用真误差法、贝塞尔公式和彼得斯公式等方 法求得<sup>[6-7]</sup>。本文按照最简单的真误差法<sup>[6]</sup>计算位 置测量的误差均方根

$$\sigma_{\rm p} = \sqrt{\frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2}{3}} \,. \tag{2}$$

## 2 统计学方法

如雷达经过校准且状态稳定,则可以采用式(2) 得到直角坐标系中的目标位置测量标准差。但在多 雷达组网应用系统中,广泛使用的是二维直角坐标 系,同时,雷达老化以及自身设计中无法预料的测 量误差、不同阵地环境对雷达周边不同空域测量产 生的影响、大量部署的两坐标雷达缺乏仰角测量数 据以及分布式系统大区域地图投影产生的坐标转 换误差等,使每个单雷达测量点经统一直角坐标转 换后都产生了 x、y 方向上的不同分布特征的误差, 这就需要通过统计学方法计算单雷达测量在二维 直角坐标系中不同区域的样本标准偏差。其中,统 计样本数据来自日常观测积累,而对于不同样本数 据可能获得不同的标准差,需要按区域进行聚类、 平均处理。工程应用中需要经过大量统计和平均, 建立对应不同典型气候环境(春、夏、秋、冬、云、雨 等)、不同探测区域(例如按照探测距离ρ和探测方 位 $\theta$ 分区)的测量方差估值表,在一组固定测量方 差估值不能涵盖所有条件的情况下,就要具体问题 具体分析,因地制宜开展应用。对此,我们给出基 于直线航迹线参数估计的统计学方法,计算雷达测 量在二维统一直角坐标系中xxy方向上的样本标 准偏差,进而得到目标位置间接测量标准差。

## 2.1 建立单雷达加权直线航迹线参数迭代估计 模型<sup>[8]</sup>

某时间段内单雷达观测到直线航路上的某一 飞行目标的总点数为 n,所有测量点转换到二维统 一直角坐标系后表示为{(x<sub>i</sub>,y<sub>i</sub>), *i* = 1,2,...,n}。定义 单一测量点(x<sub>i</sub>,y<sub>i</sub>)对目标航迹线参数估计的贡献率 为该点的权值,记为 v<sub>i</sub>。首先按照以下方法计算单 一测量点的初步权值。

基于直线方程一般式 $y-k_0x-d_0=0$ ,测量点

(x<sub>i</sub>,y<sub>i</sub>)到直线的垂直距离为

$$l_i = \frac{y_i - k_0 x_i - d_0}{\sqrt{1 + k_0^2}} \,. \tag{3}$$

用所有单雷达观测点{(x<sub>i</sub>,y<sub>i</sub>), *i* = 1,2,…,*n*}到该直线的垂直距离 *l<sub>i</sub>*的平方和最小作为条件构造直线,计算在此条件下这条直线的最佳参数(*k*<sub>0</sub>,*d*<sub>0</sub>),即为不加权直线航迹线参数估计模型

$$f(k_0, d_0) = \sum_{i=1}^n (l_i)^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_i - k_0 x_i - d_0}{\sqrt{1 + k_0^2}} \right)^2 = \min .$$
(4)

求解式 (4) 得到( $k_0, d_0$ )后, 根据式 (3) 可以计算所 有测量点( $x_i, y_i$ )到该直线的垂直距离  $l_i$ , 令 $P_i = \frac{1}{|l_i|}$ , 则得到测量点( $x_i, y_i$ )的权值为

$$v_i = \frac{P_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} P_i}, \quad i = 1, 2, \cdots, n.$$

在 v<sub>i</sub> 已知的基础上,同样基于直线方程一般式, 用所有单雷达观测点{(x<sub>i</sub>,y<sub>i</sub>), i = 1,2,...,n}到某直线 的垂直加权距离(v<sub>i</sub>×l<sub>i</sub>)的平方和最小作为条件构造 直线,计算在此条件下这条直线的最佳参数(k,d), 即为单雷达加权直线航迹线参数估计模型

$$f(k,d) = \sum_{i=1}^{n} (v_i \times l_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} \left( v_i \frac{y_i - kx_i - d}{\sqrt{1 + k^2}} \right)^2 = \min_{\circ} .$$
 (5)

对于式(5)的求解,可以构造方程

$$\begin{cases} \frac{\partial f(k,d)}{\partial k} = 0\\ \frac{\partial f(k,d)}{\partial d} = 0 \end{cases}$$
(6)

求解式(6),可以得到一组合理的直线参数解(k,d)。 然后计算所有测量点(x<sub>i</sub>,y<sub>i</sub>)到新直线的加权距离 之和

$$f_m(k,d) = \sum_{i=1}^n \left| v_i \frac{y_i - kx_i - d}{\sqrt{1 + k^2}} \right|,\tag{7}$$

直到*f<sub>m</sub>(k,d)*不再减小为止,此时的(*k*,*d*)即为最佳直 线参数;否则按照当前(*k*,*d*)重新计算所有测量点 (*x<sub>i</sub>*,*y<sub>i</sub>*)的最新权值*v<sub>i</sub>*,回归对式(5)的求解过程。式(7) 中的*m*表示迭代次数。

## 2.2 计算目标在 x、y 分量上的雷达观测航迹线 参数

选取雷达在典型航路(目标作匀速直线运动) 上对某一目标的一组观测点数据{ $(t_i,\rho_i,\theta_i,\alpha_i)$ , i=1, 2,…,n},其中( $\rho_i,\theta_i,\alpha_i$ )分别表示 $t_i$ 时刻雷达测量到 的目标极坐标距离、方位和仰角(对于两坐标雷达, 认为所有测量点的仰角均为0)。采用式(1)同时忽 略高度影响,将极坐标数据转换到二维统一直角坐 标系下,得到{ $(t_i,X_i,Y_i)$ , i=1,2,...,n}。

将 x 轴运动分量{( $t_i$ , $X_i$ ), i = 1, 2, ..., n)简记为 {( $x_i$ , $y_i$ ), i = 1, 2, ..., n},采用单雷达加权直线航迹线 参数迭代估计模型计算目标在 x 方向上的直线参 数( $k_x$ , $d_x$ ),得到运动状态方程 $y-k_xx-d_x=0$ 。

将 y 轴运动分量{( $t_i$ , $Y_i$ ), i = 1, 2, ..., n}简记为 {( $x_i$ , $y_i$ ), i = 1, 2, ..., n},采用单雷达加权直线航迹线 参数迭代估计模型计算目标在 y 方向上的直线参 数( $k_y$ , $d_y$ ),得到运动状态方程 $y - k_y x - d_y = 0$ 。

### 2.3 计算目标在 x、y 分量上的测量标准差

将 x 轴运动分量{( $t_i, X_i$ ),  $i = 1, 2, \dots, n$ }简记为 {( $x_i, y_i$ ),  $i = 1, 2, \dots, n$ }, 计算样本点{( $x_i, y_i$ ),  $i = 1, 2, \dots, n$ }到直线 $y = k_x x + d_x$ 的平均距离

$$d_{\rm av} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} |l_i| = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{y_i - k_x x_i - d_x}{\sqrt{1 + k_x^2}} \right| .$$
(8)

计 算 样 本 点 {( $x_i, y_i$ ), i = 1, 2, ..., n} 到 直 线  $y = k_x x + d_x$ 的距离的标准偏差 $\sigma_x$ , 即为雷达测量在 x坐标分量上的样本标准偏差,

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (|l_i| - v_d)^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left( \left| \frac{y_i - k_x x_i - d_x}{\sqrt{1 + k_x^2}} \right| - d_{av} \right)^2.$$
(9)

同样, 将 y 轴运动分量{ $(t_i, Y_i)$ , i = 1, 2, ..., n}简记 为{ $(x_i, y_i)$ , i = 1, 2, ..., n}, 根据参数 $(k_y, d_y)$ , 仿照式 (8)、 (9) 得到样本点到直线 $y = k_y x + d_y$ 的距离的标准偏差  $\sigma_y$ , 即为雷达测量在 y 坐标上的样本标准偏差。

按照真误差法<sup>[6]</sup> 计算目标在二维统一直角坐 标系中的位置测量误差均方根为

$$\sigma_{\rm p} = \sqrt{\frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}{2}} \,. \tag{10}$$

### 3 应用与实践

在模拟环境中使用本文提出的误差传递法和 统计学方法对二维直角坐标系中多部雷达测量方 差进行了计算,并将计算结果应用于多雷达双层加 权直线航迹线融合模型中。图1是在二维直角坐标 系中采用本文提出的2种雷达测量方差计算方法 参与多雷达测量数据权值动态分配后的多雷达航 迹融合结果。试验表明,各雷达测量方差对其测量 数据权值动态分配起到了关键作用,航迹融合均取 得了预期效果。另外,由于试验环境中存在大量两 坐标雷达,以及误差传递法缺乏仰角测量数据等原 因,雷达测量方差计算的准确度不及统计学方法, 造成其多雷达航迹融合效果略逊于后者。



图 1 两种雷达测量方差计算方法在多雷达加权航迹融合 模型中的应用效果

## 4 结束语

本文提出了依据雷达极坐标测量标准差(误差 传递法)和采用雷达极坐标测量数据(统计学方法) 估计直角坐标系中雷达测量方差以及目标位置误 差这2种计算方法,并应用于多雷达双层加权直线 航迹线融合模型中的雷达测量权值动态分配过程 中,均取得了良好效果。其中,误差传递法适用于 经过校准且状态稳定的三坐标雷达,要求雷达测量 误差分布特征较为一致;统计学方法对于雷达的适 用条件更加宽松,但对于统计数据有一定要求(目 标作匀速直线运动时的观测数据)。这2种雷达测 量方差估计方法对于卡尔曼滤波器等传统滤波器 和多雷达航迹关联算法也具有较高的推广和应用 价值。另外,本文得出的雷达测量方差是指测量标

Fig. 1 Application of two kinds of calculation methods for the variance of radar measurements in the multi-radar weighted track fusion model

准差σ,对于工程上取值3σ(置信区间为99.7%)或 2σ(置信区间为95%)的极限误差估计同样适用。

#### 参考文献(References)

- [1] 郭剑辉,张荣,王凯. 直角坐标系下的雷达跟踪滤波算法 分析[J]. 现代雷达, 2010, 32(10): 33-36
  GUO J H, ZHANG R, WANG K. Analysis of radar tracking algorithms in cartesian coordinate system[J]. Modern Radar, 2010, 32(10): 33-36
- [2] 胡振涛, 楚艳萍. 测量方差自适应的多传感器数据融合 算法[J]. 红外与激光工程, 2005(6): 741-746
  HU Z T, CHU Y P. Algorithm of multi-sensors data fusion based on the variance of the measured error adaptive[J]. Infrared and Laser Engineering, 2005(6): 741-746
- [3] 丁兴俊, 周德云, 胡昌华, 等. 一种模糊自适应最小方差数 据融合算法[J]. 弹箭与制导学报, 2006(2): 476-479
  DING X J, ZHOU D Y, HU C H, et al. A fuzzy adaptive minimum variance data fusion algorithm[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2006(2): 476-479

- [4] 石教华,张靖.数理统计方法在航迹关联中的应用[J]. 中国电子科学研究院学报, 2013, 8(3): 255-257
  SHI J H, ZHANG J. Application of mathematical statistics method for track correlation[J]. Journal of CAEIT, 2013, 8(3): 255-257
- [5] 程之刚,黎湘,庄钊文.一种雷达网系统误差校正方法[J]. 现代雷达,2005,27(11):43-47
  CHENG Z G, LI X, ZHUANG Z W. A system errorcorrection method of radar network[J]. Modern Radar, 2005, 27(11):43-47
- [6] 毛英泰. 误差理论与精度分析[M]. 北京: 国防工业出版 社, 1982
- [7] 李智生, 夏光辉, 李钊. 水下目标运动测量系统误差分析[J]. 无线电工程, 2012, 42(6): 25-27
  LI Z S, XIA G H, LI Z. Error analysis of underwater moving target measuring system[J]. Radio Engineering, 2012, 42(6): 25-27
- [8] 王建涛,高效,方维华,等.一种针对多雷达直线航迹线的 目标状态估计方法: 201910005014.5[P], 2019-01-03

(编辑:闫德葵)